

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Esame scritto del 27.06.2023

Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

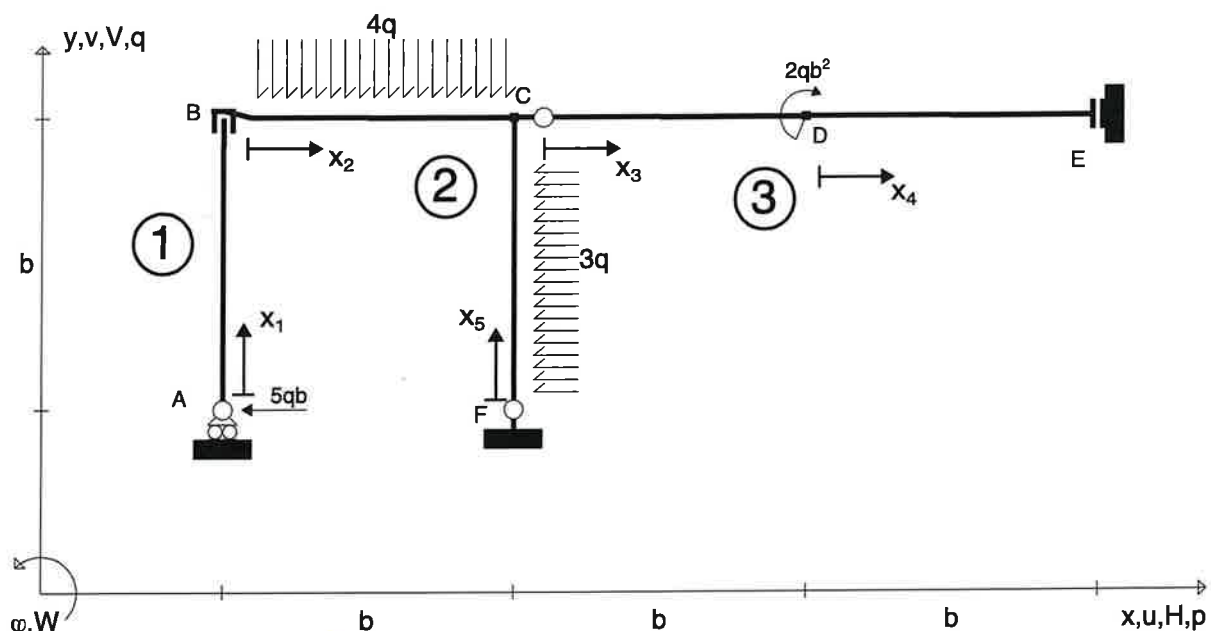
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_IC 27.06.23*001



Eq. ausiliarie $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$
 $M_z^{(1+2)} = 0$ oppure $M_z^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

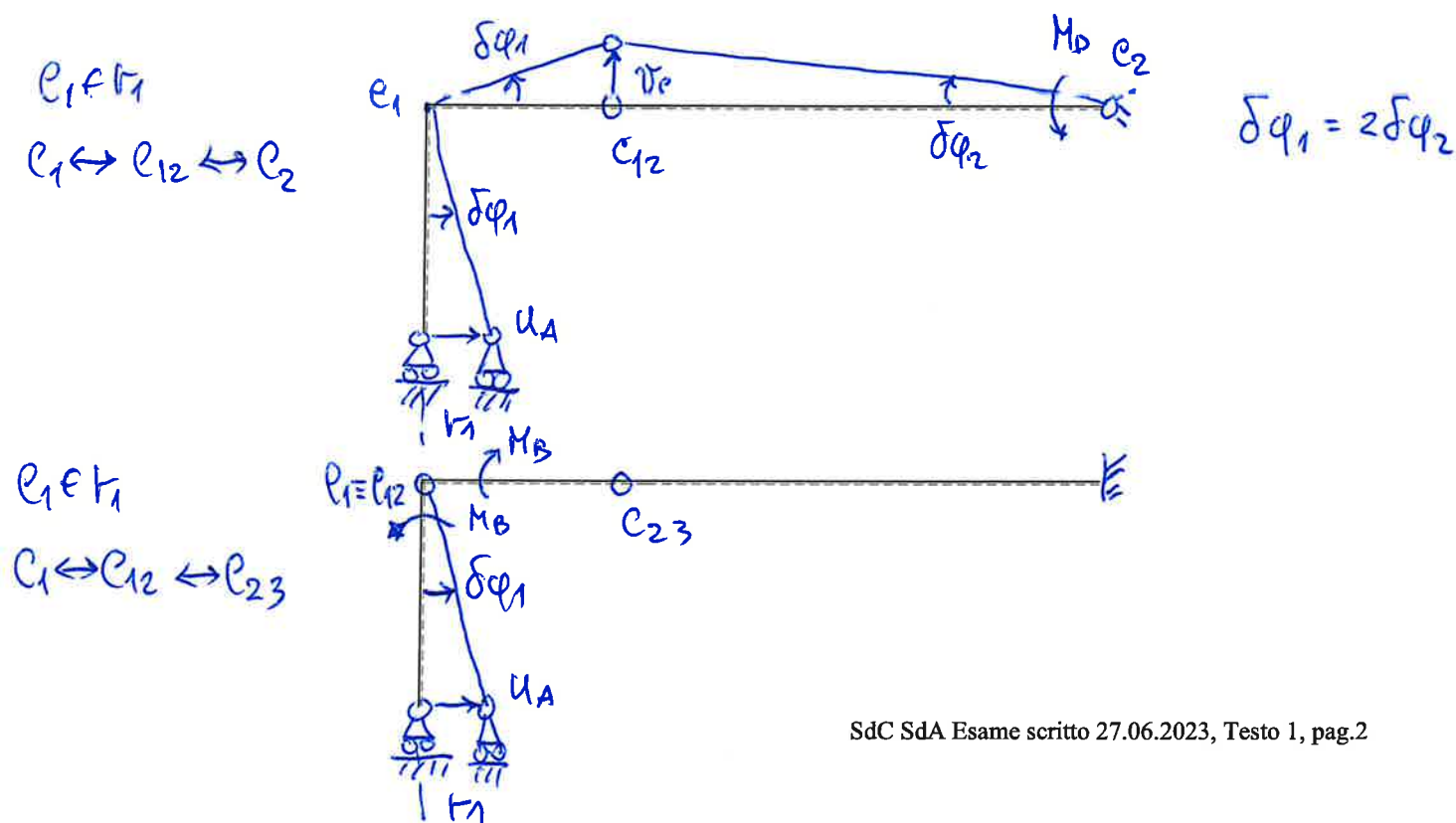
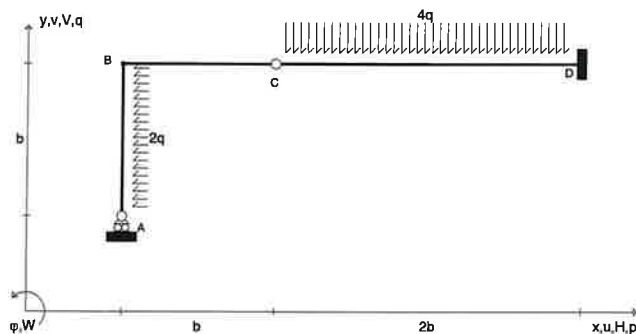
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_IC 27.06.23*003



$$M_D(\varphi) = -10qb^2; C_1 = (0, b); C_2 = (3b, b); C_{12} = (b, b);$$

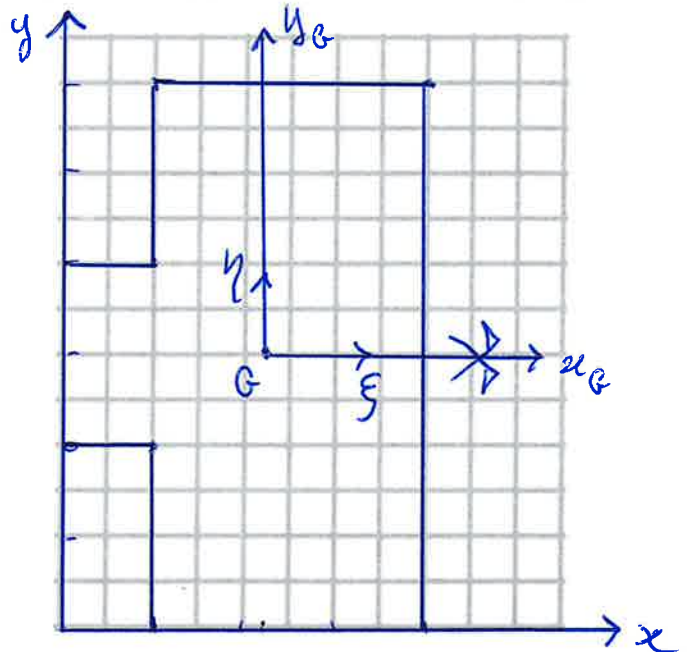
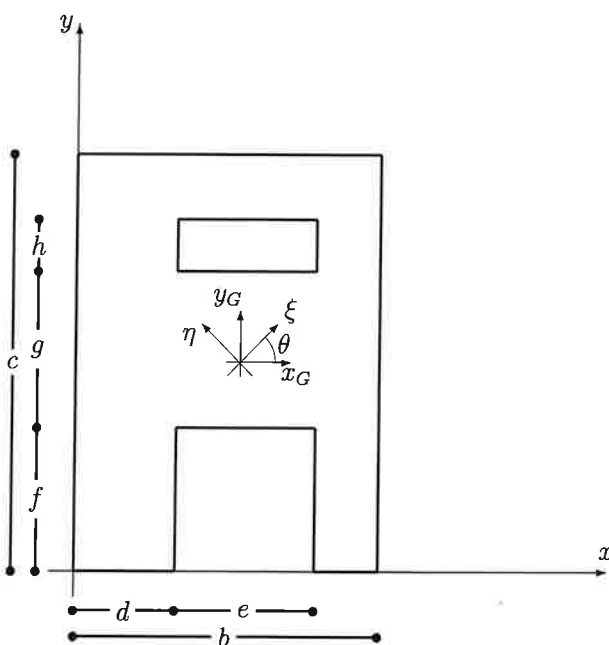
$$u_A = b\delta\varphi_1; v_C = b\delta\varphi_1;$$

$$M_B(\varphi) = qb^2; u_A = b\delta\varphi_1; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 6a$; $d = 0a$; $e = 1a$; $f = 2a$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



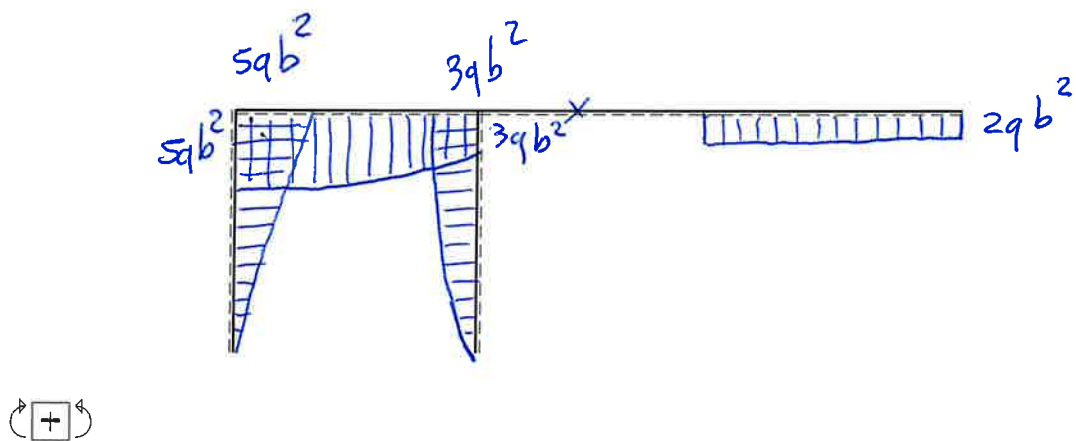
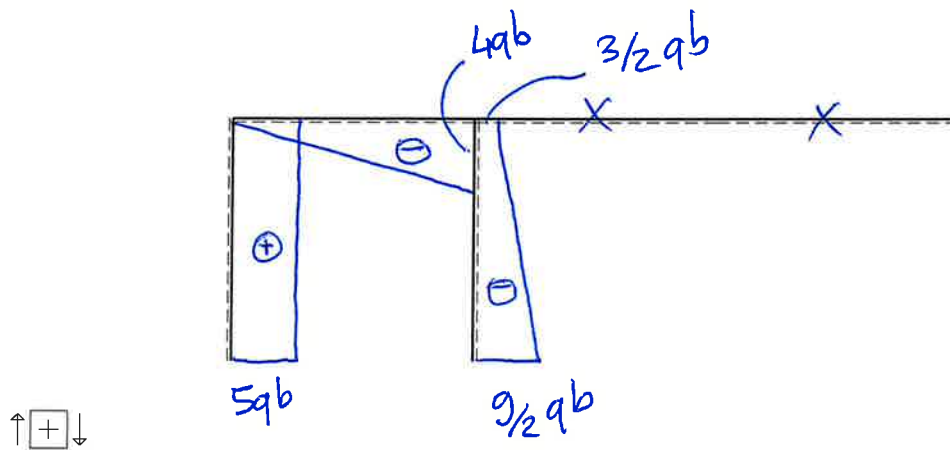
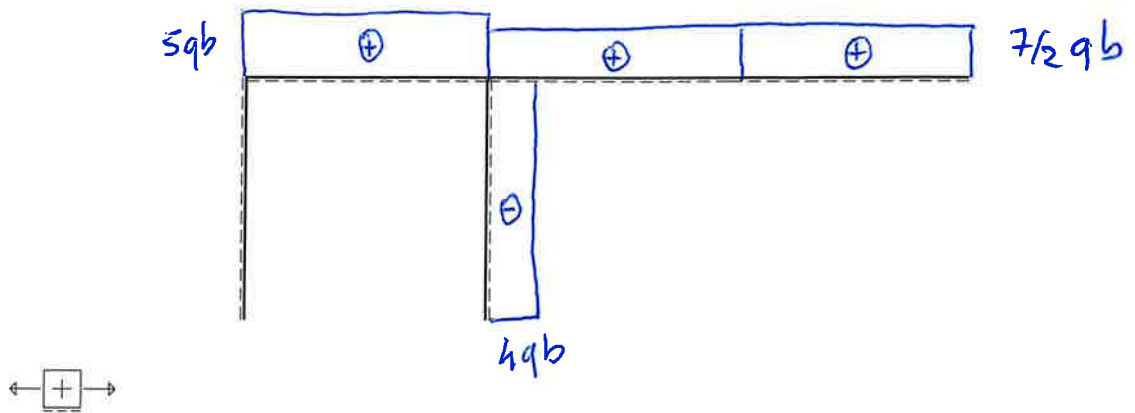
$$S_x = 60a^3; S_y = 46a^3;$$

$$x_G = 23/10a = 2,300a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = 164/3a^4 = 54,667a^4; J_{yG} = 313/15a^4 = 20,867a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 164/3a^4; J_\eta = J_{\min} = 313/15a^4;$$



$V_A(\uparrow) = 0$	$H_E(\Rightarrow) = 7/2 qb$	$M_E(\curvearrowright) = 2qb^2$	$V_F(\uparrow) = 4qb$	$H_F(\Rightarrow) = 9/2 qb$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 5qb$	$M_{AB} = -5qb x_1$		
$N_{BC} = 5qb$	$T_{BC} = -4q x_2$	$M_{BC} = 5qb^2 - 2q x_2^2$		
$N_{CD} = 7/2 qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = 7/2 qb$	$T_{DE} = 0$	$M_{DE} = 2qb^2$		
$N_{FC} = -4qb$	$T_{FC} = -9/2 qb + 3q x_5$	$M_{FC} = -9/2 qb x_5 + \frac{3}{2} q x_5^2$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Esame scritto del 27.06.2023

Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

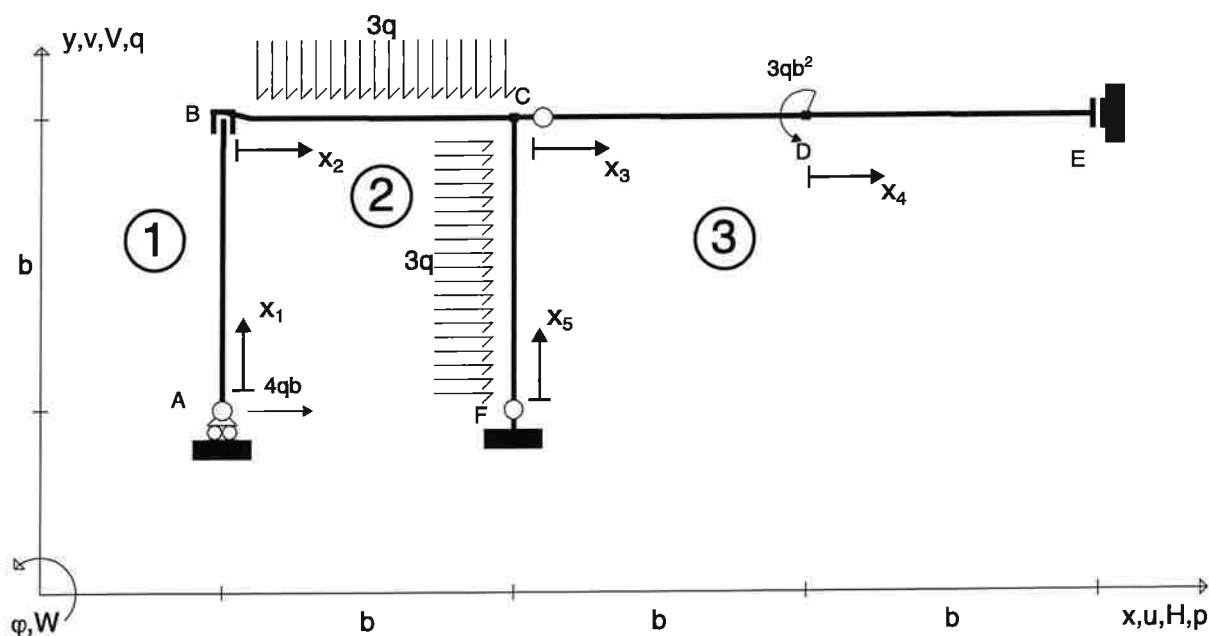
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_IC 27.06.23*002



Eq. ausiliarie $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$
 $M_{z(e)}^{(1+2)} = 0$ oppure $M_{z(e)}^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

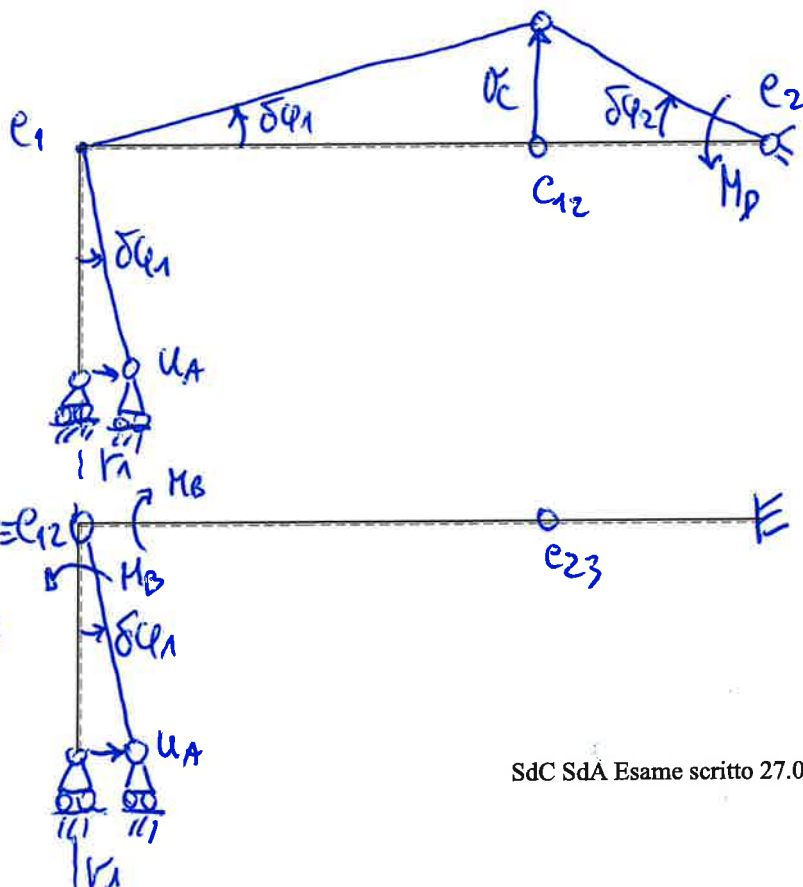
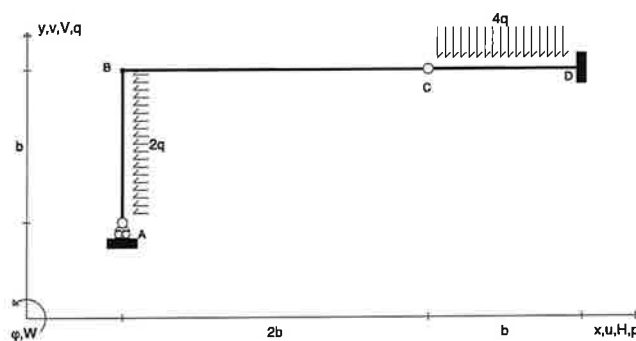
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_IC 27.06.23*004



$$\delta\varphi_1 = \frac{\delta\varphi_2}{2}$$

$$C_1 \in r_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_1 \in r_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_{23}$$

$$M_D(\varphi) = \frac{5}{12} q b^2; C_1 = (0, b); C_2 = (3b, b); C_{12} = (2b, b);$$

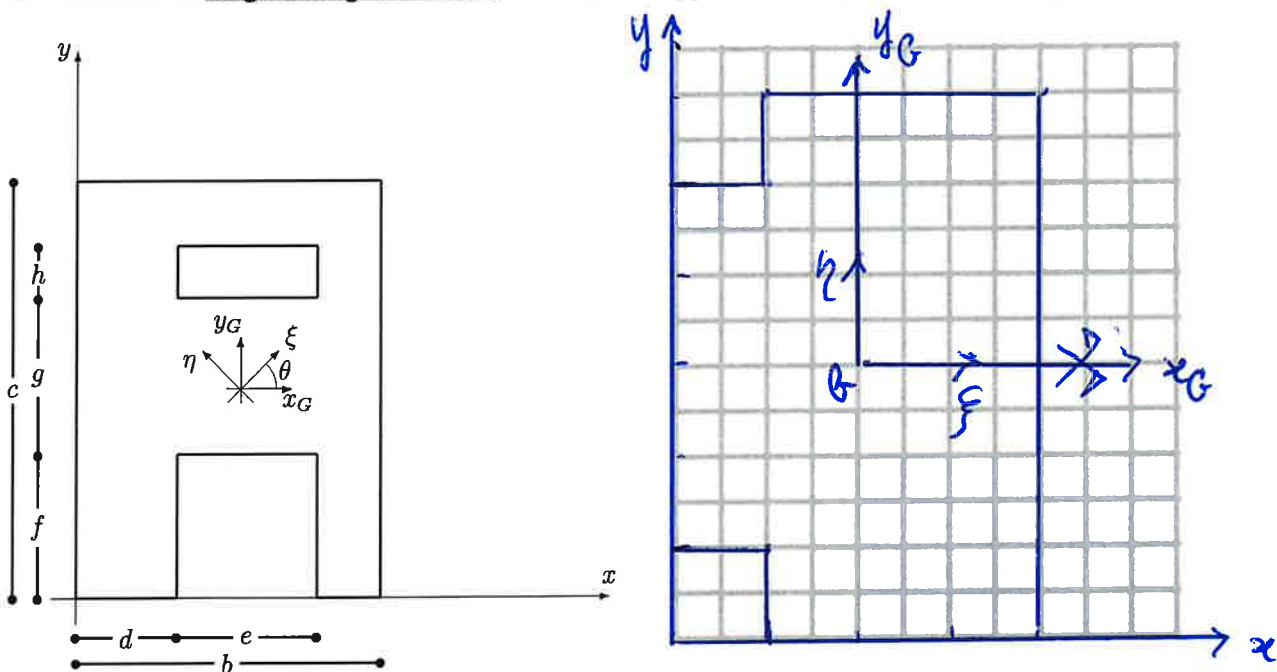
$$u_A = b \delta q_1; v_C = 2b \delta q_1;$$

$$M_B(\varphi) = q b^2; u_A = b \delta q_1; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 6a$; $d = 0a$; $e = 1a$; $f = 1a$; $g = 4a$; $h = 1a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



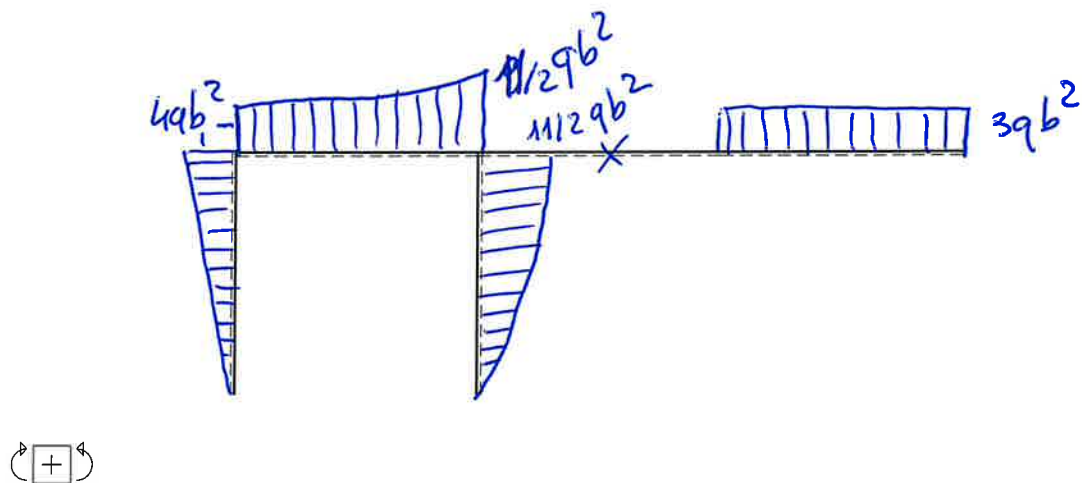
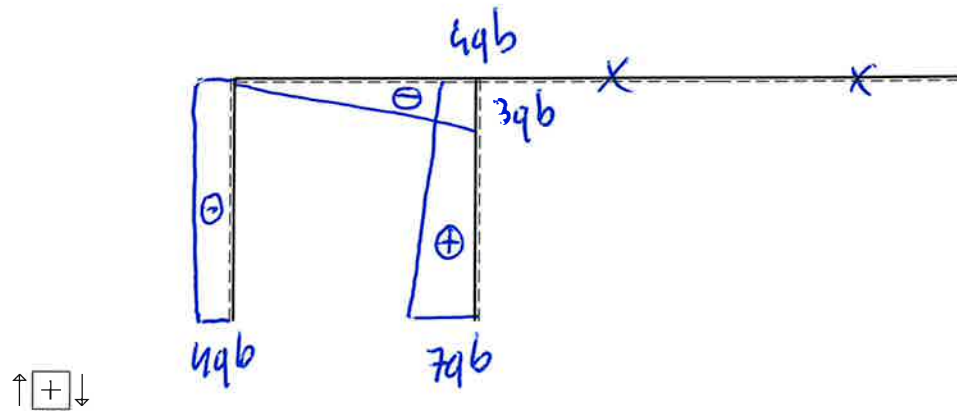
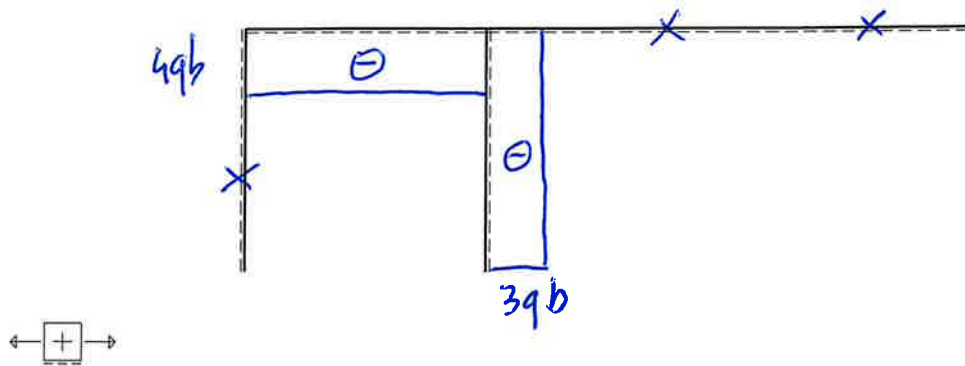
$$S_x = 66 a^3; S_y = 47 a^3;$$

$$x_G = \frac{47}{22} a = 2.136 a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = \frac{178}{3} a^4 = 59.333 a^4; J_{yG} = \frac{1777}{66} a^4 = 26.924 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{178}{3} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{1777}{66} a^4;$$



$V_A(\uparrow) = 0$	$H_E(\Rightarrow) = 0$	$M_E(\curvearrowright) = -3qb^2$	$V_F(\uparrow) = 3qb$	$H_F(\Rightarrow) = -7qb$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -4qb$	$M_{AB} = 4qb x_1$		
$N_{BC} = -4qb$	$T_{BC} = -3q x_2$	$M_{BC} = -4qb^2 - 3/2 q x_2^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = 0$	$M_{DE} = -3qb^2$		
$N_{FC} = -3qb$	$T_{FC} = 7qb - 3q x_5$	$M_{FC} = 7qb x_5 - 3/2 q x_5^2$		